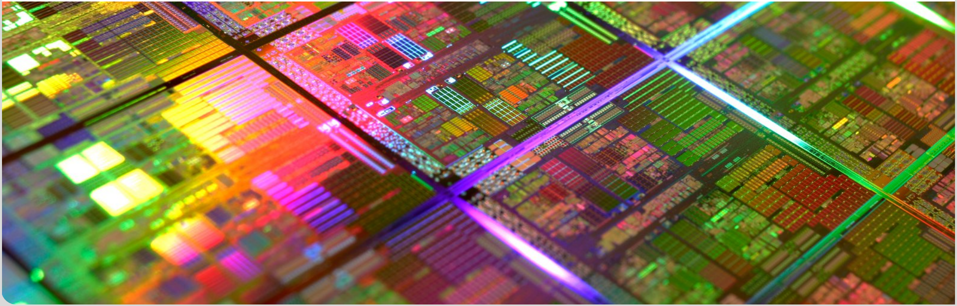
Karlsruher Institut für Technologie

DuE-Tutorien 17 und 18

Tutorien zur Vorlesung “Digitaltechnik und Entwurfsverfahren”

Christian A. Mandery

TUTORIENWOCHE 3 AM 18.11.2011



Heute

- Hammingcode
- Gesetze der Schaltalgebra
- Boolesche Funktionen
- DNF und KNF
- Übungsaufgaben

Hammingcode

- Fehlerkorrigierender linearer Blockcode, d.h.
  - Abbildung von Datenwörtern fester Länge auf Codewörter (anderer) fester Länge
  - Summe zweier Codewörter ist wieder ein Codewort
- Alle folgenden Folien: Hammingcode-Konstruktion der Vorlesung (Hamming-Abstand 3)

Eigenschaften

Karlsruher Institut für Technologie

- Hamming-Distanz ist drei
- Ein-Bit-Fehler können erkannt und korrigiert werden
- Zwei-Bit-Fehler können nur erkannt werden
- **Problem**: Erkennung “Wie viele Bitfehler liegen vor?”

Konstruktion

- Codewortbits werden beginnend mit Eins gezählt
- Die Prüfbits stehen an den Zweierpotenzen-Stellen
  - Die Zahl k der Prüfbits hängt von der Zahl m der Datenbits ab
  - Es muss gelten: $2^k \geq k + m + 1$
- Prüfbit prüft die Stellen mit der Nummer, die jeweilige Zweierpotenz enthalten
  - Beispiel: Prüfbit 2 prüft Codewortbits 3, 6, 7, 10, 11, ...
  - $\rightarrow$ Kein Prüfbit prüft ein anderes Prüfbit (Zweierpotenzen!)

Konstruktion

- Codewortbits werden beginnend mit Eins gezählt
- Die Prüfbits stehen an den Zweierpotenzen-Stellen
  - Die Zahl k der Prüfbits hängt von der Zahl m der Datenbits ab
  - Es muss gelten: $2^k \geq k + m + 1$
- Prüfbit prüft die Stellen mit der Nummer, die jeweilige Zweierpotenz enthalten
  - Beispiel: Prüfbit 2 prüft Codewortbits 3, 6, 7, 10, 11, ...
  - $\rightarrow$ Kein Prüfbit prüft ein anderes Prüfbit (Zweierpotenzen!)

Konstruktion

Karlsruher Institut für Technologie

- Codewortbits werden beginnend mit Eins gezählt
- Die Prüfbits stehen an den Zweierpotenzen-Stellen
  - Die Zahl k der Prüfbits hängt von der Zahl m der Datenbits ab
  - Es muss gelten: $2^k \geq k + m + 1$
- Prüfbit prüft die Stellen mit der Nummer, die jeweilige Zweierpotenz enthalten
  - Beispiel: Prüfbit 2 prüft Codewortbits 3, 6, 7, 10, 11, ...
  - $\rightarrow$ Kein Prüfbit prüft ein anderes Prüfbit (Zweierpotenzen!)

Codierung und Decodierung

- Codierung:
  - Man berechnet die Prüfbits durch Antivalenz (XOR) zwischen entsprechenden Datenbits
- Decodierung:
  - Man berechnet für jedes Prüfbit die Antivalenz aller anderer Datenbits zusammen mit dem entsprechenden Prüfbits
  - Alle Werte sind 0 $\rightarrow$ Kein Ein-/Zwei-Bit-Fehler
  - Mindestens ein Wert $\neq 0 \rightarrow$ Falls Ein-Bit-Fehler vorliegt, liefern die Werte als Binärzahl die Stelle des Fehlers
- Trick für Antivalenz: Zahl der Einsen zählen (gerade Zahl $\rightarrow$ 0)

Codierung und Decodierung

- Codierung:
  - Man berechnet die Prüfbits durch Antivalenz (XOR) zwischen entsprechenden Datenbits
- Decodierung:
  - Man berechnet für jedes Prüfbit die Antivalenz aller anderer Datenbits zusammen mit dem entsprechenden Prüfbits
  - Alle Werte sind 0 $\rightarrow$ Kein Ein-/Zwei-Bit-Fehler
  - Mindestens ein Wert $\neq 0 \rightarrow$ Falls Ein-Bit-Fehler vorliegt, liefern die Werte als Binärzahl die Stelle des Fehlers
- Trick für Antivalenz: Zahl der Einsen zählen (gerade Zahl $\rightarrow$ 0)

Codierung und Decodierung

- Codierung:
  - Man berechnet die Prüfbits durch Antivalenz (XOR) zwischen entsprechenden Datenbits
- Decodierung:
  - Man berechnet für jedes Prüfbit die Antivalenz aller anderer Datenbits zusammen mit dem entsprechenden Prüfbits
  - Alle Werte sind 0 $\rightarrow$ Kein Ein-/Zwei-Bit-Fehler
  - Mindestens ein Wert $\neq 0 \rightarrow$ Falls Ein-Bit-Fehler vorliegt, liefern die Werte als Binärzahl die Stelle des Fehlers
- Trick für Antivalenz: Zahl der Einsen zählen (gerade Zahl $\rightarrow$ 0)

Boolesche Algebra

Menge V mit zwei zweistelligen **abgeschlossenen** Operationen, für die die vier Huntingtonschen Axiome gelten:

1. Kommutativgesetze:
   - $a \otimes b = b \otimes a$
   - $a \oplus b = b \oplus a$
2. Distributivgesetze:
   - $a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$
   - $a \oplus (b \otimes c) = (a \oplus b) \otimes (a \oplus c)$
3. Neutrale Elemente: $\exists e, n \in V$
   - $a \otimes e = a$
   - $a \oplus n = a$
4. Inverse Element: $\forall a \in V : \exists \overline{a} \in V$
   - $a \otimes \overline{a} = n$
   - $a \oplus \overline{a} = e$

Boolesche Algebra

Menge V mit zwei zweistelligen **abgeschlossenen** Operationen, für die die vier Huntingtonschen Axiome gelten:

1. Kommutativgesetze:
   - $a \otimes b = b \otimes a$
   - $a \oplus b = b \oplus a$
2. Distributivgesetze:
   - $a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$
   - $a \oplus (b \otimes c) = (a \oplus b) \otimes (a \oplus c)$
3. Neutrale Elemente: $\exists e, n \in V$
   - $a \otimes e = a$
   - $a \oplus n = a$
4. Inverse Element: $\forall a \in V : \exists \overline{a} \in V$
   - $a \otimes \overline{a} = n$
   - $a \oplus \overline{a} = e$

Boolesche Algebra

Menge V mit zwei zweistelligen **abgeschlossenen** Operationen, für die die vier Huntingtonschen Axiome gelten:

1. Kommutativgesetze:
   - $a \otimes b = b \otimes a$
   - $a \oplus b = b \oplus a$
2. Distributivgesetze:
   - $a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$
   - $a \oplus (b \otimes c) = (a \oplus b) \otimes (a \oplus c)$
3. Neutrale Elemente: $\exists e, n \in V$
   - $a \otimes e = a$
   - $a \oplus n = a$
4. Inverse Element: $\forall a \in V : \exists \overline{a} \in V$
   - $a \otimes \overline{a} = n$
   - $a \oplus \overline{a} = e$

Boolesche Algebra

Menge V mit zwei zweistelligen **abgeschlossenen** Operationen, für die die vier Huntingtonschen Axiome gelten:

1. Kommutativgesetze:
   - $a \otimes b = b \otimes a$
   - $a \oplus b = b \oplus a$
2. Distributivgesetze:
   - $a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$
   - $a \oplus (b \otimes c) = (a \oplus b) \otimes (a \oplus c)$
3. Neutrale Elemente: $\exists e, n \in V$
   - $a \otimes e = a$
   - $a \oplus n = a$
4. Inverse Element: $\forall a \in V : \exists \overline{a} \in V$
   - $a \otimes \overline{a} = n$
   - $a \oplus \overline{a} = e$

Boolesche Algebra

Menge V mit zwei zweistelligen **abgeschlossenen** Operationen, für die die vier Huntingtonschen Axiome gelten:

1. Kommutativgesetze:
   - $a \otimes b = b \otimes a$
   - $a \oplus b = b \oplus a$
2. Distributivgesetze:
   - $a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$
   - $a \oplus (b \otimes c) = (a \oplus b) \otimes (a \oplus c)$
3. Neutrale Elemente: $\exists e, n \in V$
   - $a \otimes e = a$
   - $a \oplus n = a$
4. Inverse Element: $\forall a \in V : \exists \overline{a} \in V$
   - $a \otimes \overline{a} = n$
   - $a \oplus \overline{a} = e$

Schaltalgebra

- Bestimmte boolesche Algebra mit $V = \{0, 1\}$ und den Operationen “Disjunktion” ($\vee$) und “Konjunktion” ($\wedge$, auch $\cdot$)
- Wahrheitswert eines Ausdrucks ergibt sich durch Angabe einer Variablenbelegung
- Tautologie: Ausdruck, der für alle möglichen Belegungen wahr ist

Gesetze der Schaltalgebra

- Assoziativgesetze:
  - $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$
  - $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$
- Idempotenzgesetze:
  - $a \wedge a = a$
  - $a \vee a = a$
- Absorptionsgesetze:
  - $a \wedge (a \vee b) = a$
  - $a \vee (a \wedge b) = a$
- De Morgansche Gesetze:
  - $\overline{a \wedge b} = \overline{a} \vee \overline{b}$
  - $\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$

Gesetze der Schaltalgebra

- Assoziativgesetze:
  - $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$
  - $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$
- Idempotenzgesetze:
  - $a \wedge a = a$
  - $a \vee a = a$
- Absorptionsgesetze:
  - $a \wedge (a \vee b) = a$
  - $a \vee (a \wedge b) = a$
- De Morgansche Gesetze:
  - $\overline{a \wedge b} = \overline{a} \vee \overline{b}$
  - $\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$

Gesetze der Schaltalgebra

- Assoziativgesetze:
  - $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$
  - $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$
- Idempotenzgesetze:
  - $a \wedge a = a$
  - $a \vee a = a$
- Absorptionsgesetze:
  - $a \wedge (a \vee b) = a$
  - $a \vee (a \wedge b) = a$
- De Morgansche Gesetze:
  - $\overline{a \wedge b} = \overline{a} \vee \overline{b}$
  - $\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$

Gesetze der Schaltalgebra

- Assoziativgesetze:
  - $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$
  - $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$
- Idempotenzgesetze:
  - $a \wedge a = a$
  - $a \vee a = a$
- Absorptionsgesetze:
  - $a \wedge (a \vee b) = a$
  - $a \vee (a \wedge b) = a$
- De Morgansche Gesetze:
  - $\overline{a \wedge b} = \overline{a} \vee \overline{b}$
  - $\overline{a \vee b} = \overline{a} \wedge \overline{b}$

Darstellung als Funktionstabelle

- Idee: Eine boolesche Funktion ist durch ihren Funktionswert unter allen möglichen Variablenbelegungen charakterisiert
- Angabe als Tabelle mit 2^n Zeilen bei n verschiedenen Variablen
- Wichtige Funktionen mit zwei Parametern:
  - Disjunktion
  - Konjunktion
  - Implikation
  - Äquivalenz
  - Antivalenz (XOR)
- Funktionstabellen für diese Funktionen?

Darstellung als Funktionstabelle

- Idee: Eine boolesche Funktion ist durch ihren Funktionswert unter allen möglichen Variablenbelegungen charakterisiert
- Angabe als Tabelle mit 2^n Zeilen bei n verschiedenen Variablen
- Wichtige Funktionen mit zwei Parametern:
  - Disjunktion
  - Konjunktion
  - Implikation
  - Äquivalenz
  - Antivalenz (XOR)
- Funktionstabellen für diese Funktionen?

Darstellung in Operatorensystemen

- Darstellung als algebraischer Ausdruck
- Immer möglich, wenn das Operatorensystem vollständig ist ($\rightarrow$ jede boolesche Funktion ist darstellbar)
- Beispiele für vollständige Operatorensysteme:
  - Disjunktion und Negation
  - Konjunktion und Negation
  - NAND
  - NOR
- Beweis der Vollständigkeit: Alle Operatoren eines vollständigen Operatorensystems im Operatorensystem darstellen

Darstellung in Operatorensystemen

- Darstellung als algebraischer Ausdruck
- Immer möglich, wenn das Operatorensystem vollständig ist ($\rightarrow$ jede boolesche Funktion ist darstellbar)
- Beispiele für vollständige Operatorensysteme:
  - Disjunktion und Negation
  - Konjunktion und Negation
  - NAND
  - NOR
- Beweis der Vollständigkeit: Alle Operatoren eines vollständigen Operatorensystems im Operatorensystem darstellen

Darstellung in Operatorensystemen

- Darstellung als algebraischer Ausdruck
- Immer möglich, wenn das Operatorensystem vollständig ist ($\rightarrow$ jede boolesche Funktion ist darstellbar)
- Beispiele für vollständige Operatorensysteme:
  - Disjunktion und Negation
  - Konjunktion und Negation
  - NAND
  - NOR
- Beweis der Vollständigkeit: Alle Operatoren eines vollständigen Operatorensystems im Operatorensystem darstellen

Definitionen

- Literal: Nicht-negierte oder negierte boolesche Variable
- Produktterm: Konjunktion von Literalen, z.B. $a \wedge b$
- Sumterm: Disjunktion von Literalen, z.B. $a \vee b \vee c$
- Implikant (von f): Ein Produktterm, der f impliziert
- Implikat (von f): Ein Sumterm, der von f impliziert wird

Definitionen

- Literal: Nicht-negierte oder negierte boolesche Variable
- Produktterm: Konjunktion von Literalen, z.B. $a \wedge b$
- Sumterm: Disjunktion von Literalen, z.B. $a \vee b \vee c$
- Implikant (von f): Ein Produktterm, der f impliziert
- Implikat (von f): Ein Sumterm, der von f impliziert wird

Definitionen

- Literal: Nicht-negierte oder negierte boolesche Variable
- Produktterm: Konjunktion von Literalen, z.B. $a \wedge b$
- Sumterm: Disjunktion von Literalen, z.B. $a \vee b \vee c$
- Implikant (von f): Ein Produktterm, der f impliziert
- Implikat (von f): Ein Sumterm, der von f impliziert wird

Definitionen

- Literal: Nicht-negierte oder negierte boolesche Variable
- Produktterm: Konjunktion von Literalen, z.B. $a \wedge b$
- Sumterm: Disjunktion von Literalen, z.B. $a \vee b \vee c$
- Implikant (von f): Ein Produktterm, der f impliziert
- Implikat (von f): Ein Sumterm, der von f impliziert wird

Definitionen

- Literal: Nicht-negierte oder negierte boolesche Variable
- Produktterm: Konjunktion von Literalen, z.B. $a \wedge b$
- Sumterm: Disjunktion von Literalen, z.B. $a \vee b \vee c$
- Implikant (von f): Ein Produktterm, der f impliziert
- Implikat (von f): Ein Sumterm, der von f impliziert wird

Min- und Maxterme

- Minterm (von f):
  - Implikant, der jede Variable genau einmal enthält
  - $\rightarrow$ Eins-Zeilen der Funktionstabelle
- Maxterm (von f):
  - Implikat, der jede Variable genau einmal enthält
  - $\rightarrow$ Null-Zeilen der Funktionstabelle (mit negierten Variablen)

Min- und Maxterme

- Minterm (von f):
  - Implikant, der jede Variable genau einmal enthält
  - $\rightarrow$ Eins-Zeilen der Funktionstabelle
- Maxterm (von f):
  - Implikat, der jede Variable genau einmal enthält
  - $\rightarrow$ Null-Zeilen der Funktionstabelle (mit negierten Variablen)

Normalformen

- Disjunktive Normalform (DNF): Disjunktion aller Minterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Konjunktive Normalform (KNF): Konjunktion aller Maxterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Eigenschaften der Normalformen:
  - Sie sind eindeutig (bis auf Umordnung)
  - Jede Funktion kann durch algebraische Umformungen in die Normalformen gebracht werden
  - Min- und Maxterme kann man direkt an der Funktionstabelle ablesen, also auch die Normalformen

Normalformen

- Disjunktive Normalform (DNF): Disjunktion aller Minterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Konjunktive Normalform (KNF): Konjunktion aller Maxterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Eigenschaften der Normalformen:
  - Sie sind eindeutig (bis auf Umordnung)
  - Jede Funktion kann durch algebraische Umformungen in die Normalformen gebracht werden
  - Min- und Maxterme kann man direkt an der Funktionstabelle ablesen, also auch die Normalformen

Normalformen

- Disjunktive Normalform (DNF): Disjunktion aller Minterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Konjunktive Normalform (KNF): Konjunktion aller Maxterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Eigenschaften der Normalformen:
  - Sie sind eindeutig (bis auf Umordnung)
  - Jede Funktion kann durch algebraische Umformungen in die Normalformen gebracht werden
  - Min- und Maxterme kann man direkt an der Funktionstabelle ablesen, also auch die Normalformen

Normalformen

- Disjunktive Normalform (DNF): Disjunktion aller Minterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Konjunktive Normalform (KNF): Konjunktion aller Maxterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Eigenschaften der Normalformen:
  - Sie sind eindeutig (bis auf Umordnung)
  - Jede Funktion kann durch algebraische Umformungen in die Normalformen gebracht werden
  - Min- und Maxterme kann man direkt an der Funktionstabelle ablesen, also auch die Normalformen

Normalformen

- Disjunktive Normalform (DNF): Disjunktion aller Minterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Konjunktive Normalform (KNF): Konjunktion aller Maxterme von f, wobei keiner doppelt vorkommen darf
- Eigenschaften der Normalformen:
  - Sie sind eindeutig (bis auf Umordnung)
  - Jede Funktion kann durch algebraische Umformungen in die Normalformen gebracht werden
  - Min- und Maxterme kann man direkt an der Funktionstabelle ablesen, also auch die Normalformen

Beispiel

Karlsruher Institut für Technologie

- Funktion: Antivalenz (XOR)
- Funktionstabelle:

x	y	$x \not\leftrightarrow y$	
0	0	0	$\rightarrow$ Maxterm: $x \vee y$
0	1	1	$\rightarrow$ Minterm: $\overline{x} \wedge y$
1	0	1	$\rightarrow$ Minterm: $x \wedge \overline{y}$
1	1	0	$\rightarrow$ Maxterm: $\overline{x} \vee \overline{y}$

- DNF: $(x \wedge \overline{y}) \vee (\overline{x} \wedge y)$
- KNF: $(x \vee y) \wedge (\overline{x} \vee \overline{y})$

Beispiel

- Funktion: Antivalenz (XOR)
- Funktionstabelle:

x	y	$x \not\leftrightarrow y$	
0	0	0	$\rightarrow$ Maxterm: $x \vee y$
0	1	1	$\rightarrow$ Minterm: $\overline{x} \wedge y$
1	0	1	$\rightarrow$ Minterm: $x \wedge \overline{y}$
1	1	0	$\rightarrow$ Maxterm: $\overline{x} \vee \overline{y}$

- DNF: $(x \wedge \overline{y}) \vee (\overline{x} \wedge y)$
- KNF: $(x \vee y) \wedge (\overline{x} \vee \overline{y})$

Beispiel

- Funktion: Antivalenz (XOR)
- Funktionstabelle:

x	y	$x \nleftrightarrow y$	
0	0	0	$\rightarrow$ Maxterm: $x \vee y$
0	1	1	$\rightarrow$ Minterm: $\overline{x} \wedge y$
1	0	1	$\rightarrow$ Minterm: $x \wedge \overline{y}$
1	1	0	$\rightarrow$ Maxterm: $\overline{x} \vee \overline{y}$

- DNF: $(x \wedge \overline{y}) \vee (\overline{x} \wedge y)$
- KNF: $(x \vee y) \wedge (\overline{x} \vee \overline{y})$

Übungsaufgabe 1.1

Vereinfachen Sie die folgenden booleschen Ausdrücke so weit wie möglich:

1. $(a \nleftrightarrow (b \nleftrightarrow (a \wedge b)))$
2. $(a \leftrightarrow b) \vee b \vee (b \nleftrightarrow a)$
3. $abc \vee \overline{a}bc \vee ab\overline{c} \vee \overline{a}b\overline{c}$
4. $x \vee xyz \vee yz\overline{x} \vee qx \vee \overline{q}x \vee \overline{x}y$

Übungsaufgabe 1.1

Vereinfachen Sie die folgenden booleschen Ausdrücke so weit wie möglich:

1. $(a \nleftrightarrow (b \nleftrightarrow (a \wedge b)))$
2. $(a \leftrightarrow b) \vee b \vee (b \nleftrightarrow a)$
3. $abc \vee \overline{a}bc \vee ab\overline{c} \vee \overline{a}b\overline{c}$
4. $x \vee xyz \vee yz\overline{x} \vee qx \vee \overline{q}x \vee \overline{x}y$

Übungsaufgabe 1.1

Vereinfachen Sie die folgenden booleschen Ausdrücke so weit wie möglich:

1. $(a \nleftrightarrow (b \nleftrightarrow (a \land b)))$
2. $(a \leftrightarrow b) \lor b \lor (b \nleftrightarrow a)$
3. $abc \lor \overline{a}bc \lor ab\overline{c} \lor \overline{a}b\overline{c}$
4. $x \lor xyz \lor yz\overline{x} \lor qx \lor \overline{q}x \lor \overline{x}y$

Übungsaufgabe 1.1

Vereinfachen Sie die folgenden booleschen Ausdrücke so weit wie möglich:

1. $(a \nleftrightarrow (b \nleftrightarrow (a \wedge b)))$
2. $(a \leftrightarrow b) \vee b \vee (b \nleftrightarrow a)$
3. $abc \vee \overline{a}bc \vee ab\overline{c} \vee \overline{a}b\overline{c}$
4. $x \vee xyz \vee yz\overline{x} \vee qx \vee \overline{q}x \vee \overline{x}y$

Übungsaufgabe 1.2

Untersuchen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstabelle, ob die folgenden Aussagen A_1 und A_2 äquivalent sind:

- A_1: $(((a \leftrightarrow b) \vee c) \nleftrightarrow b) \wedge c)$
- A_2: $\overline{b} \wedge c$

Übungsaufgabe 1.3

Welches Gesetz des Schaltalgebra gestattet die folgende Umformung?

$$[(a \wedge b) \vee b] \wedge [(a \wedge b) \vee c] = (a \wedge b) \vee (b \wedge c)$$

Übungsaufgabe 2

Gegeben sei die boolesche Funktion $f(c, b, a) = MINt(1, 2, 3, 6, 7)$

1. Stellen Sie die Funktionstabelle der Funktionen $f(c, b, a)$ und $\overline{f}(c, b, a)$ auf.
2. Geben Sie die konjunktive Normalform (KNF) der Funktionen f und $\overline{f}$ an.
3. Geben Sie die disjunktive Normalform (DNF) von $\overline{f}$ an.
4. Vereinfachen Sie die Ausdrücke der DNF und KNF von f mit Hilfe der Regeln der booleschen Algebra. Die resultierenden Ausdrücke sollen so wenig Literale wie möglich enthalten.

Übungsaufgabe 2

Gegeben sei die boolesche Funktion $f(c, b, a) = MINt(1, 2, 3, 6, 7)$

1. Stellen Sie die Funktionstabelle der Funktionen $f(c, b, a)$ und $\overline{f}(c, b, a)$ auf.
2. Geben Sie die konjunktive Normalform (KNF) der Funktionen f und $\overline{f}$ an.
3. Geben Sie die disjunktive Normalform (DNF) von $\overline{f}$ an.
4. Vereinfachen Sie die Ausdrücke der DNF und KNF von f mit Hilfe der Regeln der booleschen Algebra. Die resultierenden Ausdrücke sollen so wenig Literale wie möglich enthalten.

Übungsaufgabe 2

Gegeben sei die boolesche Funktion $f(c, b, a) = MINt(1, 2, 3, 6, 7)$

1. Stellen Sie die Funktionstabelle der Funktionen $f(c, b, a)$ und $\overline{f}(c, b, a)$ auf.
2. Geben Sie die konjunktive Normalform (KNF) der Funktionen f und $\overline{f}$ an.
3. Geben Sie die disjunktive Normalform (DNF) von $\overline{f}$ an.
4. Vereinfachen Sie die Ausdrücke der DNF und KNF von f mit Hilfe der Regeln der booleschen Algebra. Die resultierenden Ausdrücke sollen so wenig Literale wie möglich enthalten.

Übungsaufgabe 2

Gegeben sei die boolesche Funktion $f(c, b, a) = MINt(1, 2, 3, 6, 7)$

1. Stellen Sie die Funktionstabelle der Funktionen $f(c, b, a)$ und $\overline{f}(c, b, a)$ auf.
2. Geben Sie die konjunktive Normalform (KNF) der Funktionen f und $\overline{f}$ an.
3. Geben Sie die disjunktive Normalform (DNF) von $\overline{f}$ an.
4. Vereinfachen Sie die Ausdrücke der DNF und KNF von f mit Hilfe der Regeln der booleschen Algebra. Die resultierenden Ausdrücke sollen so wenig Literale wie möglich enthalten.

Übungsaufgabe 3

Gegeben sei die Schaltfunktion $f(w, x, y, z)$:

$f(w, x, y, z) = \overline{y}(xz \vee \overline{z}) \vee wx(y \vee \overline{y}z) \vee \overline{x}yz$

Bestimmen Sie die konjunktive Normalform (KNF) und die disjunktive Normalform (DNF) von f.

Übungsaufgabe 4

Gegeben sei die boolesche Funktion

$$y = f(d, c, b, a) = \overline{d}\,\overline{c}a \vee d\overline{c}b \vee d\overline{c}a \vee dcb$$

1. Vereinfachen Sie den Ausdruck der obigen Funktion.
2. Stellen Sie die Funktionstabelle der Funktion y auf.
3. Geben Sie sowohl die disjunktive Normalform (DNF) als auch die konjunktive Normalform (KNF) von y an.

Übungsaufgabe 4

Gegeben sei die boolesche Funktion

$$y = f(d, c, b, a) = \overline{d}\,\overline{c}a \vee d\overline{c}b \vee d\overline{c}a \vee dcb$$

1. Vereinfachen Sie den Ausdruck der obigen Funktion.
2. Stellen Sie die Funktionstabelle der Funktion y auf.
3. Geben Sie sowohl die disjunktive Normalform (DNF) als auch die konjunktive Normalform (KNF) von y an.

Übungsaufgabe 4

Gegeben sei die boolesche Funktion

$$y = f(d, c, b, a) = \overline{d}\,\overline{c}a \vee d\overline{c}b \vee d\overline{c}a \vee dcb$$

1. Vereinfachen Sie den Ausdruck der obigen Funktion.
2. Stellen Sie die Funktionstabelle der Funktion y auf.
3. Geben Sie sowohl die disjunktive Normalform (DNF) als auch die konjunktive Normalform (KNF) von y an.

Fertig!

Quelle: http://xkcd.com/676/