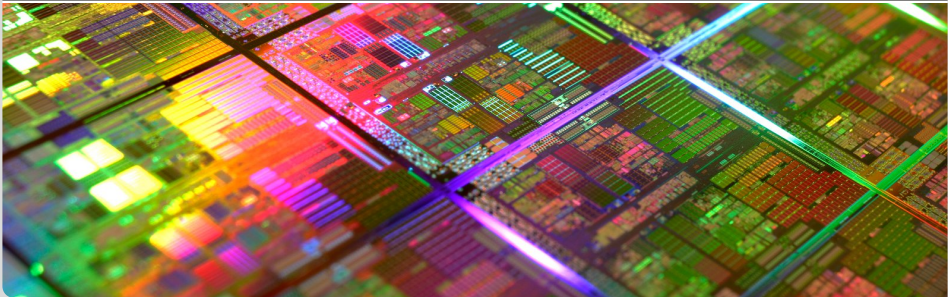


# DuE-Tutorien 16 und 17

Tutorien zur Vorlesung “Digitaltechnik und Entwurfsverfahren”

Tutorienwoche 6 am 10.12.2010



- KV-Diagramme
- Übungsaufgaben

- Karnaugh-Veitch-Diagramm, benannt nach den Erfindern
- Gibt den Funktionswert für alle möglichen Variablenbelegungen an (wie Funktionstabelle)
- Einfache graphische Bestimmung von Minimalformen
- Kann mit vollständig oder unvollständig definierten Funktionen (mit “Don’t Care”-Zuständen) arbeiten

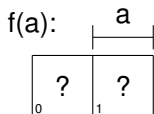
- Karnaugh-Veitch-Diagramm, benannt nach den Erfindern
- Gibt den Funktionswert für alle möglichen Variablenbelegungen an (wie Funktionstabelle)
- Einfache graphische Bestimmung von Minimalformen
- Kann mit vollständig oder unvollständig definierten Funktionen (mit “Don’t Care”-Zuständen) arbeiten

- Karnaugh-Veitch-Diagramm, benannt nach den Erfindern
- Gibt den Funktionswert für alle möglichen Variablenbelegungen an (wie Funktionstabelle)
- Einfache graphische Bestimmung von Minimalformen
- Kann mit vollständig oder unvollständig definierten Funktionen (mit “Don’t Care”-Zuständen) arbeiten

- Karnaugh-Veitch-Diagramm, benannt nach den Erfindern
- Gibt den Funktionswert für alle möglichen Variablenbelegungen an (wie Funktionstabelle)
- Einfache graphische Bestimmung von Minimalformen
- Kann mit vollständig oder unvollständig definierten Funktionen (mit “Don’t Care”-Zuständen) arbeiten

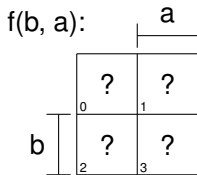
# Konstruktion: 1 Variable

KV-Diagramm für eine Variable (entsteht durch Spiegelung eines einzelnen Felds):



# Konstruktion: 2 Variablen

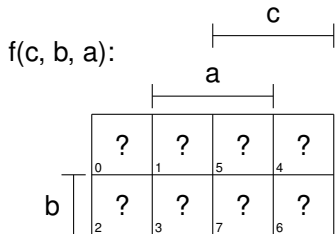
KV-Diagramm für zwei Variablen entsteht durch vertikale Spiegelung des KV-Diagramms für eine Variable:





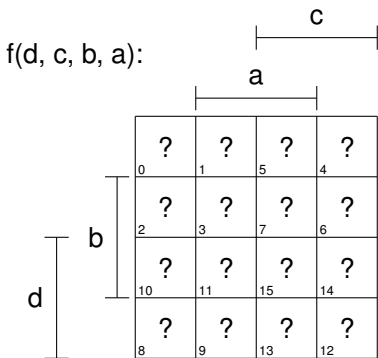
# Konstruktion: 3 Variablen

KV-Diagramm für drei Variablen entsteht durch vertikale Spiegelung des KV-Diagramms für zwei Variablen:



# Konstruktion: 4 Variablen

KV-Diagramm für vier Variablen entsteht durch vertikale Spiegelung des KV-Diagramms für drei Variablen:

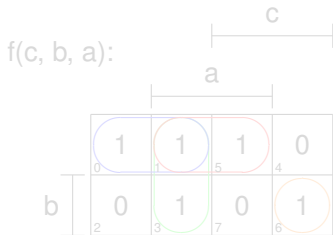


- Systematische Konstruktion durch abwechselnde vertikale und horizontale Spiegelung
- Felder werden durchnummeriert, entsprechend den Nummern der Min-/Maxterme
- Nach einer Spiegelung unterscheiden sich gespiegelte Felder nur in der Belegung der neuen Variable

- Systematische Konstruktion durch abwechselnde vertikale und horizontale Spiegelung
- Felder werden durchnummeriert, entsprechend den Nummern der Min-/Maxterme
- Nach einer Spiegelung unterscheiden sich gespiegelte Felder nur in der Belegung der neuen Variable

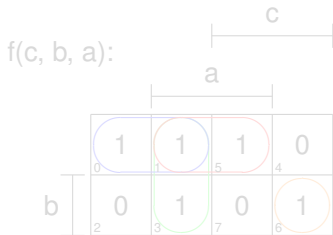
- Systematische Konstruktion durch abwechselnde vertikale und horizontale Spiegelung
- Felder werden durchnummeriert, entsprechend den Nummern der Min-/Maxterme
- Nach einer Spiegelung unterscheiden sich gespiegelte Felder nur in der Belegung der neuen Variable

- Primimplikanten (Eins-Blöcke) und Primimplikate (Null-Blöcke)
- Entspricht einem Eins- bzw. Null-Block, ...
  - der durch einen Produkt- bzw. Sumterm repräsentiert wird
  - bei gegebenem KV-Diagramm nicht "vergrößert" werden kann
- Beispiel:



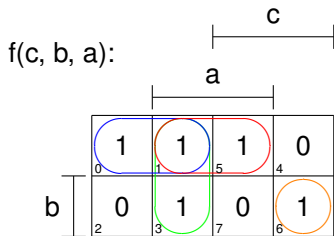
(Primimplikanten entsprechen  $\bar{c}a$ ,  $\bar{c}\bar{b}$ ,  $\bar{b}a$  und  $cb\bar{a}$ )

- Primimplikanten (Eins-Blöcke) und Primimplikate (Null-Blöcke)
- Entspricht einem Eins- bzw. Null-Block, ...
  - der durch einen Produkt- bzw. Sumterm repräsentiert wird
  - bei gegebenem KV-Diagramm nicht "vergrößert" werden kann
- Beispiel:



(Primimplikanten entsprechen  $\bar{c}a$ ,  $\bar{c}\bar{b}$ ,  $\bar{b}a$  und  $cb\bar{a}$ )

- Primimplikanten (Eins-Blöcke) und Primimplikate (Null-Blöcke)
- Entspricht einem Eins- bzw. Null-Block, ...
  - der durch einen Produkt- bzw. Sumterm repräsentiert wird
  - bei gegebenem KV-Diagramm nicht "vergrößert" werden kann
- Beispiel:

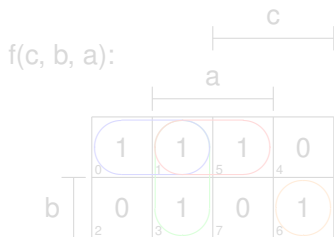


(Primimplikanten entsprechen  $\bar{c}a$ ,  $\bar{c}\bar{b}$ ,  $\bar{b}a$  und  $cb\bar{a}$ )



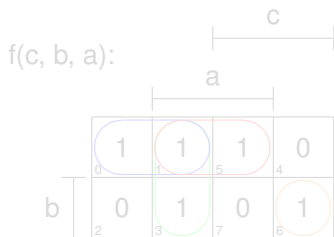
# Kernprimterme

- Ein Primterm ist ein Kernprimterm, wenn er eine Stelle der Funktion enthält, die von keinem anderen Primterm überdeckt wird
- **Alle** Kernprimterme müssen zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:



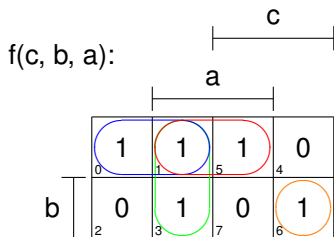
→ Alle Primterme sind Kernprimterme (Bsp.:  $\bar{c}a$  ist Kernpr., da  $MINt(3)$  von keinem anderen Primimplikant überdeckt wird)

- Ein Primterm ist ein Kernprimterm, wenn er eine Stelle der Funktion enthält, die von keinem anderen Primterm überdeckt wird
- **Alle** Kernprimterme müssen zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:



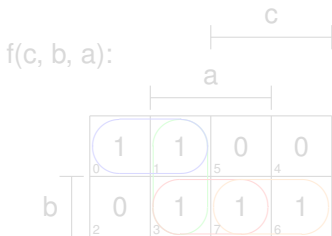
→ Alle Primterme sind Kernprimterme (Bsp.:  $\bar{c}a$  ist Kernpr., da  $MINt(3)$  von keinem anderen Primimplikant überdeckt wird)

- Ein Primterm ist ein Kernprimterm, wenn er eine Stelle der Funktion enthält, die von keinem anderen Primterm überdeckt wird
- **Alle** Kernprimterme müssen zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:



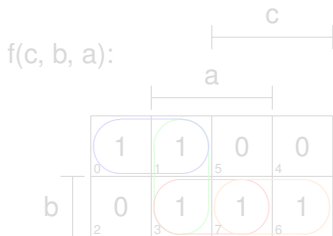
→ Alle Primterme sind Kernprimterme (Bsp.:  $\bar{c}a$  ist Kernpr., da  $MINt(3)$  von keinem anderen Primimplikant überdeckt wird)

- Einige Stellen werden von mehreren Primtermen überdeckt
- Wenn man bestimmte Primterme auswählt, werden andere Primterme nicht mehr benötigt
- **Manche** Wahlprimterme müssen zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:



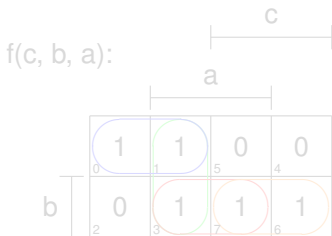
→  $\bar{c}a$  und  $ba$  sind Wahlprimimplikanten

- Einige Stellen werden von mehreren Primtermen überdeckt
- Wenn man bestimmte Primterme auswählt, werden andere Primterme nicht mehr benötigt
- **Manche** Wahlprimterme müssen zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:



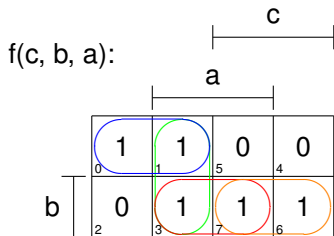
→  $\bar{c}a$  und  $ba$  sind Wahlprimimplikanten

- Einige Stellen werden von mehreren Primtermen überdeckt
- Wenn man bestimmte Primterme auswählt, werden andere Primterme nicht mehr benötigt
- **Manche** Wahlprimterme müssen zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:



→  $\bar{c}a$  und  $ba$  sind Wahlprimimplikanten

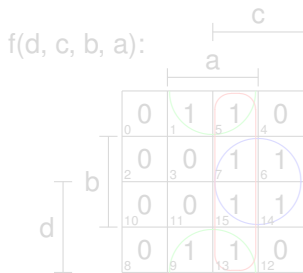
- Einige Stellen werden von mehreren Primtermen überdeckt
- Wenn man bestimmte Primterme auswählt, werden andere Primterme nicht mehr benötigt
- **Manche** Wahlprimterme müssen zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:



→  $\bar{c}a$  und  $ba$  sind Wahlprimimplikanten

# Entbehrliche Primterme

- Primterme, die nur Stellen der Funktion enthalten, die schon von Kernprimtermen überdeckt werden, sind entbehrlich
- **Kein** entbehrlicher Primterm muss zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:

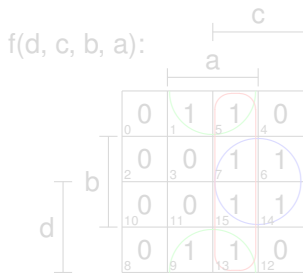


→  $ca$  ist ein entbehrlicher Primimplikant



# Entbehrliche Primterme

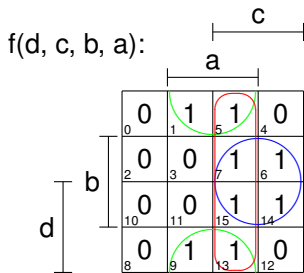
- Primterme, die nur Stellen der Funktion enthalten, die schon von Kernprimtermen überdeckt werden, sind entbehrlich
- **Kein** entbehrlicher Primterm muss zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:



→  $ca$  ist ein entbehrlicher Primimplikant

# Entbehrliche Primterme

- Primterme, die nur Stellen der Funktion enthalten, die schon von Kernprimtermen überdeckt werden, sind entbehrlich
- **Kein** entbehrlicher Primterm muss zur Realisierung der Minimalform verwendet werden
- Beispiel:



→  $ca$  ist ein entbehrlicher Primimplikant

Vorgehensweise:

1. KV-Diagramm zeichnen und alle Primterme bestimmen
  - Primimplikanten für DNF
  - Primimplikate für KNF
2. Welche Primterme sind Kernprimterme?
3. Welche Stellen der Funktion werden durch die Kernprimterme nicht überdeckt? → Entscheidung, welche Menge an Wahlprimtermen verwendet werden soll
  - Minimierung nach festzulegendem Kriterium, z.B. Gatterzahl
4. Schreiben der Kernprimterme und der gewählten Wahlprimterme in disjunktiver bzw. konjunktiver Form

Vorgehensweise:

1. KV-Diagramm zeichnen und alle Primterme bestimmen
  - Primimplikanten für DNF
  - Primimplikate für KNF
2. Welche Primterme sind Kernprimterme?
3. Welche Stellen der Funktion werden durch die Kernprimterme nicht überdeckt? → Entscheidung, welche Menge an Wahlprimtermen verwendet werden soll
  - Minimierung nach festzulegendem Kriterium, z.B. Gatterzahl
4. Schreiben der Kernprimterme und der gewählten Wahlprimterme in disjunktiver bzw. konjunktiver Form

Vorgehensweise:

1. KV-Diagramm zeichnen und alle Primterme bestimmen
  - Primimplikanten für DNF
  - Primimplikate für KNF
2. Welche Primterme sind Kernprimterme?
3. Welche Stellen der Funktion werden durch die Kernprimterme nicht überdeckt? → Entscheidung, welche Menge an Wahlprimtermen verwendet werden soll
  - Minimierung nach festzulegendem Kriterium, z.B. Gatterzahl
4. Schreiben der Kernprimterme und der gewählten Wahlprimterme in disjunktiver bzw. konjunktiver Form

Vorgehensweise:

1. KV-Diagramm zeichnen und alle Primterme bestimmen
  - Primimplikanten für DNF
  - Primimplikate für KNF
2. Welche Primterme sind Kernprimterme?
3. Welche Stellen der Funktion werden durch die Kernprimterme nicht überdeckt? → Entscheidung, welche Menge an Wahlprimtermen verwendet werden soll
  - Minimierung nach festzulegendem Kriterium, z.B. Gatterzahl
4. Schreiben der Kernprimterme und der gewählten Wahlprimterme in disjunktiver bzw. konjunktiver Form

# Übungsaufgabe 1

Eine unvollständige spezifizierte Schaltfunktion  $y = f(x_3, x_2, x_1, x_0)$  sei gegeben durch ihre Minterme und Maxterme:

$$y = \text{MAXt}(0, 1, 2, 6, 9, 10)$$

$$y = \text{MINt}(3, 4, 5, 11, 12, 13)$$

1. Geben Sie die disjunktive Minimalform (DMF) der Funktion  $y$  an.
2. Geben Sie die konjunktive Minimalform (KMF) der Funktion  $y$  an.

# Übungsaufgabe 1

Eine unvollständige spezifizierte Schaltfunktion  $y = f(x_3, x_2, x_1, x_0)$  sei gegeben durch ihre Minterme und Maxterme:

$$y = \text{MAXt}(0, 1, 2, 6, 9, 10)$$

$$y = \text{MINt}(3, 4, 5, 11, 12, 13)$$

1. Geben Sie die disjunktive Minimalform (DMF) der Funktion  $y$  an.
2. Geben Sie die konjunktive Minimalform (KMF) der Funktion  $y$  an.



# Übungsaufgabe 2/3

Eine Schaltfunktion  $y = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$  ist durch das KV-Diagramm gegeben:

	$x_0$			$x_0$				
	1	0	0	1	1	0	—	1
$x_1$	0	1	1	0	0	1	1	0
	0	0	1	1	1	1	0	0
	1	0	0	1	1	—	0	1
	$x_2$			$x_4$				

- Ermitteln Sie graphisch alle Primimplikate der Funktion  $y$  und bestimmen Sie eine KMF von  $y$ .
- Ermitteln Sie graphisch alle Primimplikanten der Funktion  $y$  und bestimmen Sie eine DMF von  $y$ .

# Übungsaufgabe 2/3

Eine Schaltfunktion  $y = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$  ist durch das KV-Diagramm gegeben:

	$x_0$			$x_0$				
	1	0	0	1	1	0	—	1
$x_1$	0	1	1	0	0	1	1	0
	0	0	1	1	1	1	0	0
	1	0	0	1	1	—	0	1
	$x_2$			$x_4$				

- Ermitteln Sie graphisch alle Primimplikate der Funktion  $y$  und bestimmen Sie eine KMF von  $y$ .
- Ermitteln Sie graphisch alle Primimplikanten der Funktion  $y$  und bestimmen Sie eine DMF von  $y$ .

# Übungsaufgabe 4

Eine unvollständige definierte Schaltfunktion  $y = f(e, d, c, b, a)$  sei gegeben durch ihre Minterme und Maxterme:

$$y = \text{MINt}(2, 5, 6, 10, 12, 13, 14, 18)$$

$$y = \text{MAXt}(1, 3, 8, 15, 16, 17, 21, 24, 27, 28, 31)$$

1. Zeichnen Sie ein KV-Diagramm und tragen Sie die Minterme und Maxterme von  $f$  an.
2. Bestimmen Sie unter Ausnutzung von den “don’t care”-Belegungen je eine disjunktive und eine konjunktive Minimalform von  $f$ .

# Übungsaufgabe 4

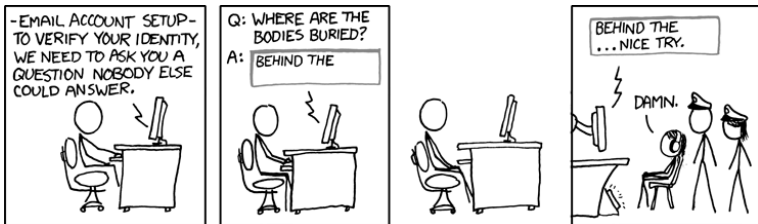
Eine unvollständige definierte Schaltfunktion  $y = f(e, d, c, b, a)$  sei gegeben durch ihre Minterme und Maxterme:

$$y = \text{MINt}(2, 5, 6, 10, 12, 13, 14, 18)$$

$$y = \text{MAXt}(1, 3, 8, 15, 16, 17, 21, 24, 27, 28, 31)$$

1. Zeichnen Sie ein KV-Diagramm und tragen Sie die Minterme und Maxterme von  $f$  an.
2. Bestimmen Sie unter Ausnutzung von den “don’t care”-Belegungen je eine disjunktive und eine konjunktive Minimalform von  $f$ .

# Fertig!



Quelle: <http://xkcd.com/565/>